

І. О. Загоруйко, Л. О. Петкова

## КОНЦЕПЦІЯ СВІТОВОГО ТЕХНОЛОГІЧНОГО РУБЕЖУ: МЕТОДОЛОГІЯ, ПРОБЛЕМИ ТА ІНТЕРПРЕТАЦІЇ

Статтю присвячено застосуванню непараметричного методу аналізу оболонки даних (DEA) до світової економіки як сукупності країн з різною технологічною ефективністю. По-перше, показано можливість «повторного» застосування методу DEA до даних, що залишаються після виключення точок з найвищою відносною ефективністю. Це дало змогу висунути ідею світових технологічних рубежів наступних порядків. Країни, що знаходяться на кожному наступному світовому рубежі, утворюють послідовні технологічні ешелони – від відносно найефективніших до все менш ефективних. По-друге, сформульовано основи нової моделі СТР – моделі віртуальних країн, в якій, після визначення країн, що утворюють рубіж найвищої ефективності, лінія самого рубежу модифікується таким чином, щоб кожна з країн-лідерів перемістилася з кутового положення у проміжну точку відрізка модифікованого СТР. Такі нові відрізки («національні ділянки лідерів») інтерпретуються як специфічні виробничі функції, що відображають умови країн-«сусідів» на СТР. Кутковими точками у цій моделі замість реальних країн стають віртуальні. На основі моделі віртуальних країн розв'язано відомі парадокси – парадокс рівної ефективності на крайніх ділянках рубежу (який є іманентним будь-якій моделі на основі класичного методу DEA) та парадокс технологічного регресу, що виникає внаслідок перетину лінії СТР різних періодів. По-третє, на основі одночасного аналізу стану країн на двох площинах – «фондомісткість – працемісткість» та площині параметрів виробничої функції узагальнено метод побудови СТР як оболонки національних виробничих функцій та проведено порівняльний аналіз СТР, побудованого за цим методом, із СТР, побудованим традиційним методом оболонки національних технологічних станів.

**Ключові слова:** світовий технологічний рубіж, продуктивність праці, фондоозброєність, національна ефективність, метод аналізу оболонки даних, відмови методу аналізу оболонки даних, парадокс технологічного регресу.

**Вступ.** Загально визнаним стало уявлення, що світова економіка вступає у нову технологічну добу. Стрімкий розвиток космічної техніки багаторазового використання, систем штучного інтелекту та генної інженерії; прогресуюче скорочення питомої ваги невідтворюваних енергоресурсів – це очевидні ознаки докорінної перебудови технологій та соціальних відносин.

За цих умов усе більш популярною стає концепція світового технологічного рубежу (Global technology frontier – GTF). Згідно з цією концепцією на кожному рівні фондоозброєності існують реальні або віртуальні країни, що мають найвищу у світі продуктивність праці. Решта країн розглядається як аутсайдери щодо світового технологічного рубежу (СТР). З практичної точки зору, це означає, що для країни-аутсайдера існує певний еталон для економічної політики, що впливає на її продуктивність праці та фондоозброєність. Разом з тим, сам СТР не є сталим і може зрушуватися як у додатному, так і від'ємному напрямках.

**Аналіз останніх публікацій.** У сучасній економічній літературі існує велика кількість праць, присвячених цій концепції. Водночас у теоретичних працях акцент робиться на математичному, останнім часом навіть суто алгебраїчному підході. У працях, що спираються на статистичні дані, акцент робиться на практичній побудові СТР для різних періодів часу.

Важливе питання достовірного емпіричного оцінювання неоднорідності економічних, технологічних показників, що виникає внаслідок еволюційних змін, розглядають У. Кантнер, Х. Хануш [1]. Автори дійшли висновку щодо придатності сукупної факторної продуктивності (СФП) та її локальних змін для коректного порівняння економічної неоднорідності та її динаміки. Особливого значення в такому контексті набуває емпіричний аналіз еволюційних змін, здійснений на різних рівнях агрегування.

Проблематику визначальної ролі кількісних та якісних параметрів праці як фактора продуктивності досліджено в праці В. Келлера [2]. Автор оцінив важливість географічного чинника поширення технологій з урахуванням міжнародної торгівлі, прямих іноземних інвестицій та каналів комунікації в період 1970–1995 рр. В роботі доведено, що конвергенція доходів на душу населення визначається масштабом ефектів технологічних знань, і вищий рівень впливу здійснюють глобальні ефекти.

Х. Форстнер, А. Ісакссон [3] на прикладі 57 країн дослідили динаміку сукупної факторної продуктивності за період 1980–1990 рр. Акцент було зроблено на відмінностях впливу технічної продуктивності й технологічних змін на СФП. Найбільш продуктивні економіки розміщуються вздовж технологічного кордону, менш продуктивні – віддалено. Якщо технологічні зміни стосуються зміщення самого кордону, то зміна технічної ефективності відображається в тому, як країна рухається щодо кордону. Це дає змогу визначити принципові відмінності в джерелах зростання продуктивності в різних групах країн. Так, у розвинених країнах підвищення продуктивності праці відбувається за рахунок технологічних змін, тобто від інновацій у тих галузях, де вони відносно спеціалізовані. Навпаки, для країн, що розвиваються, прямий вплив технологічних змін на зростання продуктивності праці виявився незначним. Зростання продуктивності для цих країн залежить здебільшого від поліпшення технічної ефективності, тобто визначається спроможністю до інституціонального вдосконалення, підвищення якості залучених факторів продуктивності. С. Гросскопф [4] робив акцент на визначальній ролі залучених ресурсів, а особливо, підвищення ефективності й технологічних змін у розвитку ендогенної теорії економічного зростання.

Ф. Казеллі, У. Д. Коулман [5] розглянули міждержавні відмінності сукупної факторної продуктивності, враховуючи рівень кваліфікації залученої праці. Авторами доведено, що країни з вищими доходами використовують кваліфіковану працю більш ефективно, ніж країни з низькими доходами. Одночасно робочу силу нижчої кваліфікації вони використовують відносно і, можливо, абсолютно менш ефективно. Це пояснюється тим, що багаті країни з більш кваліфікованою залученою працею обирають досконаліші технології, тоді як бідні країни – технології, що відповідають нижчій кваліфікації праці. Питання світового технологічного рубежу в такій інтерпретації поширюються на якісні відмінності країн як залученої до виробництва праці, можливостей щодо її удосконалення, оскільки пасивне залучення більш досконалих технологій не вирішує проблеми продуктивності.

Ж. Ванденбусше, Ф. Атіон, К. Мері [6] дослідили внесок людського капіталу в технологічні удосконалення по двох каналах – інноваціях та запозиченні. Доведено, що на значній відстані від технологічного рубежу запозичення технологій є ефективним і переважаючим. Із наближенням до СТР більшої ваги набувають технології, може відбуватися перерозподіл залученої праці між галузями. В статті досліджено, що в процесі перерозподілу можливе взаємодоповнення між кваліфікованою працею та близькістю до кордону. Саме кваліфікована праця дає сильніший ефект у країнах, близьких до СТР.

В роботі Р. Ахарія та В. Келер [7] досліджено вплив зовнішньої торгівлі на динаміку продуктивності країн-імпортерів. Розрізняють два напрями впливу імпорту на відповідні галузі країни-імпортера – ефект посилення конкуренції та ефект технологічного навчання. В першому випадку відбувається посилення конкуренції в галузі і, як результат, – програш внутрішніх виробників у довгостроковому періоді. В другому випадку, за умови імпорту передових іноземних технологій, лібералізація торгівлі приводитиме до передачі технологічних знань і підвищення продуктивності фірм країни-імпортера.

Ґрунтовне дослідження Я. Гровця [8] присвячене оцінюванню рівня продуктивності виробничих факторів у провідних країнах світу порівняно з усіма штатами США. На основі відокремлення факторів технічної ефективності та потенційної технологічної продуктивності (максимально можлива продуктивність при 100 % завантаженості факторів) автору вдалося суттєво уточнити попередні оцінки та визначити рівні відставання окремих штатів від технологічного кордону. Важливим результатом дослідження став вищий рівень точності оцінювання сукупної продуктивності факторів через відокремлення кваліфікованої і некваліфікованої праці, особливо за умов неповної їх взаємозамінності.

В роботі М. Р. Іслам [9] досліджено роль освіти для підвищення внеску праці у сукупну факторну продуктивність і наближення до світового технологічного кордону. На прикладі 87 країн різного рівня розвитку встановлено, що ефект кваліфікованого людського капіталу зростає із наближенням до технологічного кордону для країн із високим та середнім доходом, тоді як молодші працівники із середньою освітою прискорюють економічне зростання в країнах із нижчими доходами. Кількість та якість людського капіталу, таким чином, є визначальними факторами підвищення продуктивності та наближення до технологічного кордону.

У статті Я. Гровця під красномовною назвою «Світові технологічні рубежі: чому ми можемо навчитися у США?» [10] звертається увага на значну внутрішню неоднорідність США, зумовлену їхніми великими розмірами. За розрахунками автора, американські дані, дезагреговані до рівня

окремих штатів, по-перше, показують, що можна виробляти більш ефективно, ніж у середньому по США. По-друге, таке використання загальнодержавних американських даних разом із даними окремих штатів дає можливість будувати лінію СТР точніше.

Робота Фін Р. Ферсунд [11] присвячена методології вимірювання продуктивності. Автор доводить, що розширені показники ефективності Фаррелла та індекс продуктивності Мальмквіста дають змогу «розкласти» потенціал сукупної продуктивності й оцінити зміни технічної ефективності та технологічні зміни.

Е. Гелебо, А. Плеханов, Ф. Сільве [12] розглянули новий метод виміру інноваційності. На відміну від традиційного підходу, коли перевага надається передовим інноваціям, зокрема витратам на наукові дослідження і розробки, автори дослідили інноваційність експорту. Лідерські позиції розвинених країн у володінні передовими інноваціями визначаються вищим доходом на душу населення, кращою освітою, вищим рівнем фінансового розвитку. Натомість, інноваційність експорту залежить першочергово від розміру та відкритості економіки, відсутності ренти за природні ресурси. Фінансування наукових досліджень і розробок з боку бізнесу показує вищий рівень ефективності в підвищенні продуктивності.

В одному з останніх досліджень авторів із чотирьох різних країн [13] концепція СТР використовується для аналізу двох типів підвищення національної ефективності: 1) запозичення вже наявних технологій або перерозподіл ресурсів у більш ефективні види діяльності (підприємництво за Кірцнером) та 2) запровадження принципово нових технологій на основі генерування нових знань (підприємництво за Шумпетером). У першому випадку країна-аутсайдер йде за новим СТР, не перетинаючи його. Водночас, якщо вона має порівняно високу фондоозброєність, рівень її продуктивності праці може тимчасово виявитися навіть вищим, ніж у лідера. Проте у довгостроковому періоді шумпетеріанський тип підприємництва настільки суттєво зрушує СТР, що навіть в умовах більш низької фондоозброєності країна-лідер починає випереджати аутайдера за продуктивністю праці. Звідси випливає різне оцінювання політики підтримки підприємництва у цих двох країнах. Свої теоретичні висновки автори підтверджують на основі бази даних за 2002–2013 рр. по 45 країнах (розвинених і тих, що розвиваються).

**Мета та методологія дослідження.** У зв'язку з цим поставлено мету – систематично викласти методологічні основи концепції СТР, починаючи від найбільш абстрактних до більш конкретних. У пропонованому дослідженні алгебраїчні аспекти концепції СТР зведені до мінімуму, а геометричні – максимально розширені. Такий підхід дав можливість як розглянути дискусійні аспекти сучасної концепції СТР, так і продемонструвати нові напрями її можливого розвитку.

**Елементарна модель СТР.** Сутністю концепції СТР є непараметричний підхід до обробки даних. Замість того, щоб на основі статистичних даних окремої країни визначати параметри її виробничої функції, в класичній концепції СТР використовується метод аналізу оболонки даних (Data Envelopment Analysis – DEA) по різних країнах за один і той же період часу. З математичної точки зору, застосування такого методу означає розв'язування задачі лінійного програмування. Геометрично розв'язком цієї задачі є ламана лінія, яка проходить через точки країн-лідерів.

Можливі два еквівалентні способи відображення лінії СТР на площині. За методом, орієнтованим на випуск, СТР будується в системі координат «продуктивність праці – фондоозброєність» (« $Y/L - K/L$ ») і є аналогом виробничої функції. СТР буде геометричним місцем точок найвищої (при даній фондоозброєності) продуктивності праці. За методом, орієнтованим на фактори виробництва, СТР будується у системі координат «фондомісткість – працемісткість» (« $K/Y - L/Y$ »). У цій системі СТР являтиме аналог ізокванти, що характеризує найнижчі рівні світової фондо- та працемісткості. Для спрощення значення координат у певних точках будемо позначати як:

$$Y/L = y \quad K/L = \kappa \quad K/Y = k \quad L/Y = l. \quad (1)$$

Тангенс кута нахилу променя, на якому знаходиться певна країна, у першій системі координат являтиме собою фондовіддачу, а у другій – фондоозброєність:

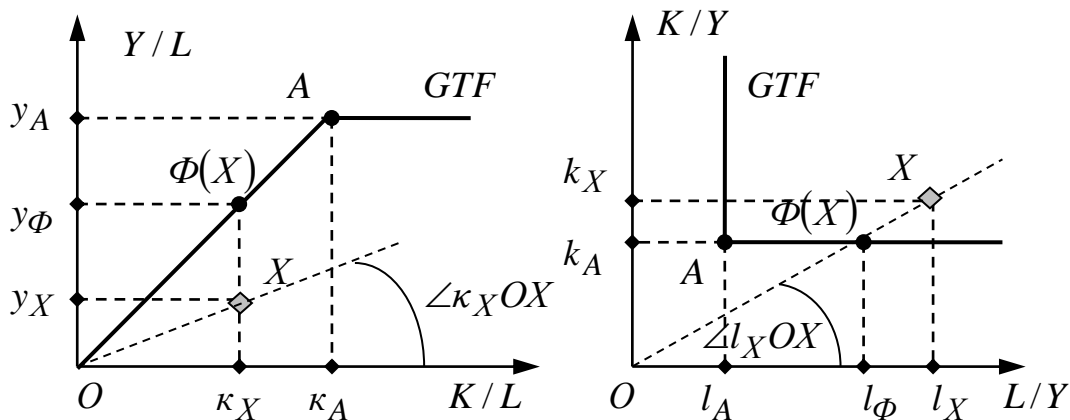
$$y_i / \kappa_i = 1 / k_i, \quad (2)$$

$$k_i / l_i = \kappa_i. \quad (3)$$

Припустимо спочатку, що у світовій економіці існує лише одна країна-лідер, яка перевершує усі інші країни як за фондовіддачею, так і за продуктивністю праці. Логічно вважати, що в цій ситуації СТР являтиме собою аналог функції Леонтьєва і складатиметься з двох ділянок: у системі « $Y/L - K/L$ » – з ділянки максимальної фондовіддачі, що виходить з початку координат, та ділянки

максимальної продуктивності праці, що йде у нескінченність; у системі координат « $K/Y-L/Y$ » СТР складатиметься з ділянок мінімальної фондо- та працемісткості, які паралельні осям координат і йдуть у нескінченність.

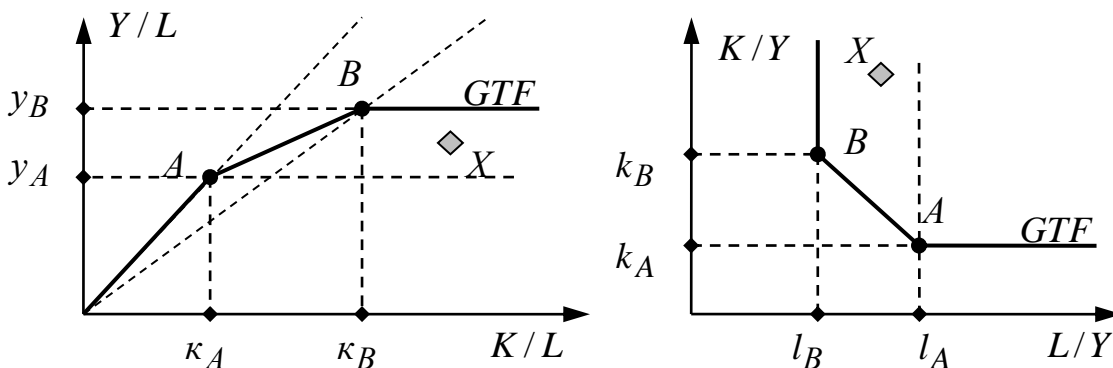
У такому світі країна-аутсайдер буде розташована у першій системі координат під лінією СТР, а у другій – над цією лінією. Оскільки у цій концепції базовою системою координат вважається перша, то за ступінь наближення аутсайдера до СТР обирається відношення її фактичної продуктивності до потенційно можливої на СТР (за певної фондоозброєності). Цей показник отримав назву «відстань» до СТР (distance –  $D$ ) і дає змогу оцінити ступінь ефективності певної країни щодо СТР. На СТР цей показник досягає одиниці, а в точці фактичного стану країни-аутсайдера – менший за одиницю. Геометричну інтерпретацію цього випадку зображено на рисунку 1.



**Рисунок 1 – Світова економіка з одним лідером**

Фондоозброєність аутсайдера  $X$  нижча, ніж у лідера. Тангенс кута  $\angle \kappa_X O X$  дорівнює фондовіддачі, а тангенс кута  $\angle l_X O X$  – фондоозброєності країни  $X$ . Точка  $\Phi(X)$  – потенційний стан, якого має прагнути аутсайдер за незмінної фондоозброєності. Рівень продуктивності у цій точці є середнім зваженим відповідних рівнів двох країн:  $y_\Phi = \lambda y_X + (1-\lambda)y_A$ . Ступінь наближення аутсайдера до СТР визначає його відносну ефективність («відстань до СТР»):  $D(X) = y_X / y_\Phi = l_\Phi / l_X < 1$ .

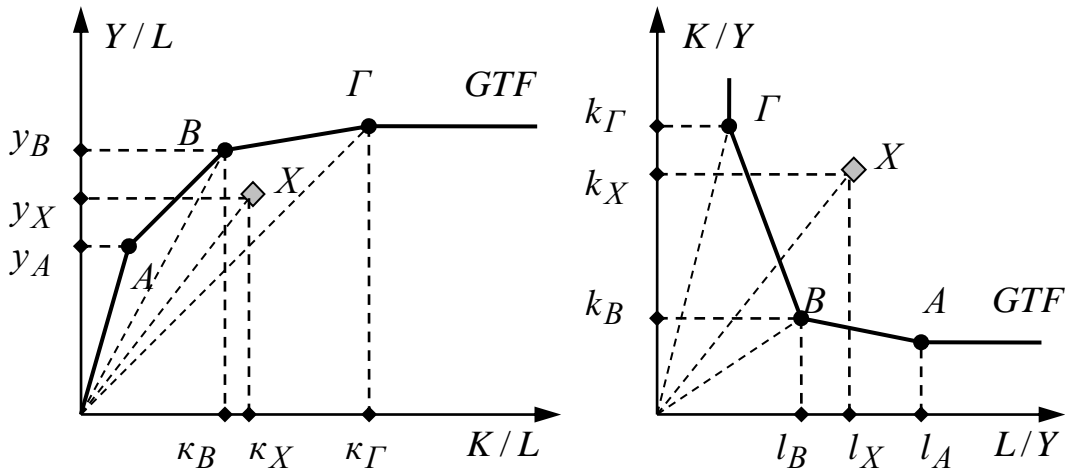
Якщо у світі існують два лідери, то одна з цих країн буде мати найвищу фондовіддачу, а друга – продуктивність праці. На ділянці СТР, що з'єднує двох лідерів, координати точок будуть середніми зваженими (лінійними комбінаціями) їхніх координат. Геометричну інтерпретацію цієї ситуації зображено на рисунку 2.



**Рисунок 2 – СТР з двома країнами-лідерами**

Країна  $A$  – лідер за фондовіддачею, країна  $B$  – за продуктивністю праці. Фондоозброєність країни  $B$  вища, ніж в  $A$ . На ділянці  $AB$  координати точок будуть середніми арифметичними відповідних показників цих країн:  $y_\Phi = \lambda y_A + (1-\lambda)y_B$ ,  $\kappa_\Phi = \lambda \kappa_A + (1-\lambda)\kappa_B$ . Країна  $X$  – аутсайдер; займає проміжне положення за продуктивністю праці, має найнижчу фондовіддачу та найвищу фондоозброєність.

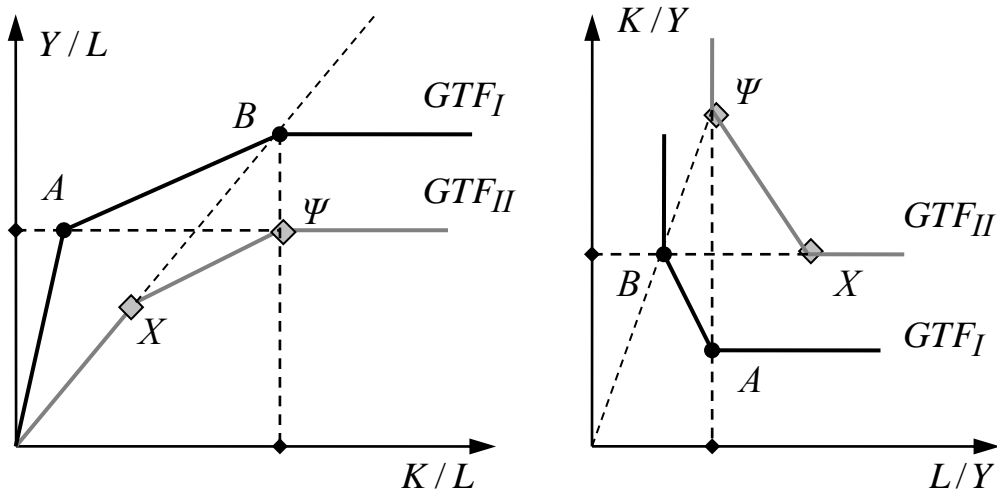
В реальних умовах у кожний певний період часу в світі існує декілька лідерів. Відповідна лінія СТР утворюватиме оболонку точок усіх країн: у першій системі – опуклу вгору, у другій системі – опуклу додолу. Геометричну інтерпретацію випадку з багатьма лідерами показано на рисунку 3. Для спрощення показаний лише один аутсайдер.



**Рисунок 3 – СТР з лідерами, що відрізняються за продуктивністю та фондovіддачею**

Країна  $\Gamma$  – абсолютний лідер за продуктивністю праці, країна  $A$  – за фондovіддачею. Країна  $X$  – аутсайдер, що займає проміжне положення: між країнами  $A$  та  $B$  – за продуктивністю праці; між країнами  $B$  та  $\Gamma$  – за фондovіддачею та фондоозброєністю.

**Модель технологічних ешелонів.** В елементарній моделі СТР кожна з країн-аутсайдерів буде характеризуватися власною «відстанню» до СТР. У зв'язку з цим виникає проблема їх об'єднання в певні кластери. Природним способом такого об'єднання є повторне застосування методу DEA до країн-аутсайдерів. В результаті будуть послідовно утворюватися СТР другого, третього та, можливо, більш високого порядку. Країни, що утворюють СТР наступного порядку, можна розглядати як кластер, побудований непараметричним методом. Геометричну інтерпретацію цієї моделі зображено на рисунку 4.



**Рисунок 4 – Модель технологічних ешелонів**

Країни  $A$  та  $B$ , що розташовані на СТР першого порядку, утворюють перший ешелон. Країна  $B$  – абсолютний лідер за продуктивністю праці, країна  $A$  – за фондovіддачею. Країни  $X$  та  $\Psi$ , що розташовані на СТР другого порядку, утворюють другий ешелон. Країна  $X$  – абсолютний аутсайдер за продуктивністю праці, країна  $\Psi$  – за фондovіддачею. Країни  $A$  та  $\Psi$  мають однакову продуктивність праці, країни  $B$  та  $X$  – однакову фондovіддачу, країни  $B$  та  $\Psi$  – однакову фондоозброєність.

Для СТР наступного порядку можна ввести показник ефективності, аналогічний величині «відстані»  $D$  окремої країни. Він буде являти собою відношення площ двох фігур, обмежених, відповідно, лініями СТР наступного та першого порядку і спільними границями – від найнижчої до найвищої у світі фондоозброєності.

**Парадокси елементарної моделі СТР.** Розглянемо ситуацію, коли декілька країн мають найвищу продуктивність праці при різній фондовіддачі або найвищу фондовіддачу при різній продуктивності. Якщо всі такі країни розташувати на одному СТР, то ступінь їх ефективності буде найвищою:  $D = 1$ . При побудові межі ефективності (окремим випадком якої є СТР) це вважається наслідком нестачі або надлишку вхідних даних. Однак, суто з теоретичної точки зору, таку ситуацію виключати не можна і варто розцінювати як парадокс, який далі будемо називати парадоксом рівної ефективності країн на крайніх ділянках СТР. Насправді ж, при однаковій продуктивності праці більш ефективною потрібно вважати країну з більшою фондовіддачею, при однаковій фондовіддачі – з більшою продуктивністю.

Другий парадокс виникає тоді, коли одна з країн розташована в проміжній точці однієї і тієї ж ділянки СТР між лідером з більшою фондовіддачею та лідером з більшою продуктивністю праці. Це означає, що при переході від одного її «сусіда» по СТР до іншого еталонна продуктивність праці лінійно зростає зі збільшенням фондоозброєності. З точки зору теорії виробничих функцій, це виглядає нелогічно: продуктивність праці має зростати, але уповільнено. Цю проблему можна назвати парадоксом сталої граничної норми технологічного заміщення на проміжній ділянці СТР. Строго кажучи, перший із розглянутих парадоксів є лише окремим випадком другого.

Якщо перші два парадокси виникають у досить специфічних ситуаціях, які на практиці є малоймовірними, то третій парадокс має фундаментальний характер. У стандартному випадку усі країни-лідери займають кутові точки. Це означає, що для них не можна визначити граничну норму технологічного заміщення. Цю проблему можна назвати парадоксом невизначеності граничної норми технологічного заміщення «кутового» лідера.

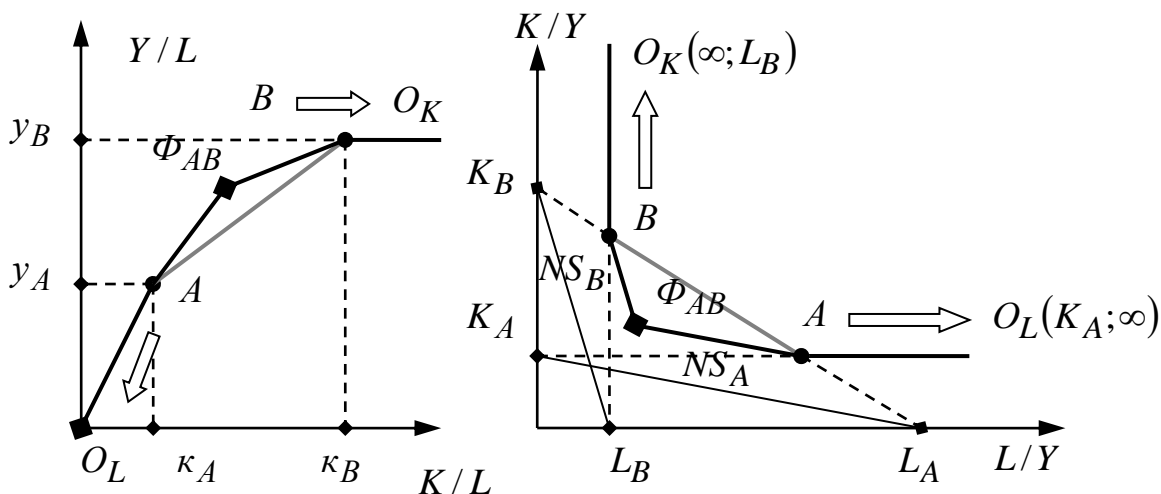
**Модель віртуальних країн (Virtual country model – VCM).** Усі три парадокси елементарної теорії СТР можна розв'язати, якщо припустити, що кожна країна-лідер має власну «національну ділянку» («national segment» – NS) СТР. Згідно з цим припущенням тільки дві країни, що є абсолютними лідерами або за фондовіддачею, або за продуктивністю праці, займатимуть кутове положення на лінії СТР. Решта лідерів буде розташована у проміжних точках власних національних ділянок. У пропонованій моделі кутове положення будуть займати віртуальні країни, в точках яких буде змінюватися гранична норма технологічного заміщення реальних країн. Ці «національні ділянки» модифікованої лінії СТР є специфічними національними виробничими функціями. На відміну від національної виробничої функції, що будується параметричним шляхом на основі статистичних даних по певній країні за певний період часу, національна виробнича функція у пропонованій моделі будуватиметься непараметричним шляхом на основі статистичних даних одного року і відображатиме умови «сусідів» певної країни по СТР.

Зрозуміло, що модифікована таким чином лінія СТР не повинна порушувати опуклість оболонки даних, отриманої за класичним методом DEA. Це накладає суттєві обмеження на можливості модифікації лінії СТР. Гранична норма технологічного заміщення для реальної країни на СТР має бути більшою, ніж у її «сусіда», що має меншу фондоозброєність праці, але меншою, ніж у того «сусіда», що має більшу фондоозброєність.

Геометрично це досягається шляхом проекції кінців ділянок вихідної лінії СТР на осі координат. Найменший за довжиною з цих відрізків визначить кут нахилу «національної ділянки» певної країни. Побудовані таким методом «національні ділянки» двох країн перетнуться в точці, яка у пропонованій моделі інтерпретується як віртуальна країна. Такий метод дає можливість розв'язати третій, найбільш фундаментальний, парадокс елементарної моделі СТР. Геометричну інтерпретацію цього методу у випадку двох абсолютних лідерів зображено на рисунку 5.

Два інші парадокси розв'язуються методом, що є узагальненням цього. За цим методом на осі координат проектується не кінці ділянки вихідного СТР, а кінці вже отриманих «національних ділянок» модифікованого СТР. Після цього точка положення країни, що займала проміжне положення на вихідній ділянці СТР, з'єднується відрізками з точками цих проекцій. В результаті на «національних ділянках» двох сусідніх країн з'являються дві точки перетину. Якщо тепер з точки

перетину, що розташована на «національній ділянці» однієї країни, провести лінію, паралельну ділянці вихідного СТР, то на протилежній «національній ділянці» виникне ще одна точка перетину. Отримані таким чином два відрізки будуть мірою наближення «проміжної» країни до своїх «сусідів» по вихідному СТР. Найменший з них утворить «національну ділянку» такої країни на модифікованому СТР. Однак сама вона опиниться вже за межею СТР, а на модифікованому СТР її «репрезентуватимуть» дві віртуальні країни, точки яких будуть кінцями її «національної ділянки».



**Рисунок 5 – Побудова національних ділянок для абсолютних лідерів**

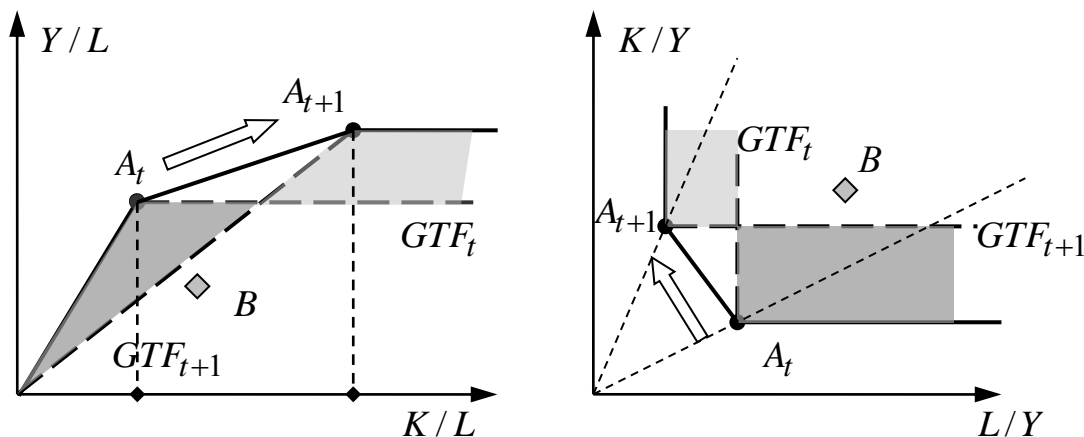
$A$  та  $B$  – реальні країни, що є абсолютними лідерами:  $A$  – за фондовіддачею,  $B$  – за продуктивністю праці.  $O_L$  – віртуальна країна, що має таку ж фондовіддачу, що й  $A$ , але нульову продуктивність праці.  $O_K$  – віртуальна країна, що має таку ж продуктивність праці, що й  $B$ , але нульову фондовіддачу.  $\Phi_{AB}$  – віртуальний лідер, що має проміжні характеристики між країнами  $A$  та  $B$ .

У правій частині рисунка відрізок  $AB$  продовжений до перетину з осями координат. Національна ділянка лідера  $A$  паралельна відрізку  $K_A L_A$ , національна ділянка лідера  $B$  паралельна відрізку  $K_B L_B$ .

**Парадокс технологічного регресу.** В умовах зрушення лінії СТР в елементарній моделі може виникати ще один парадокс, що отримав назву парадоксу технологічного прогресу. Він виникає, якщо нова лінія СТР перетинатиме стару. В цьому випадку при певних рівнях фондоозброєності нова лінія СТР буде розташована нижче старої.

Автори дослідження, розміщеного на сайті ЮНІДО [4], вважають, що створюваний цим перетином ефект наближення країни-аутсайдера до нового СТР є уявним. Область між верхніми ділянками старого СТР та нижніми ділянками нового СТР вони характеризують як область технологічного регресу і вважають її виникнення парадоксом. Як образно відзначають автори, створюється враження, що більш ефективні (для певної фондоозброєності) технології вже «забуті». Для розв'язання цього парадоксу вони пропонують будувати довгострокову лінію СТР з урахуванням станів країн-лідерів минулих періодів. Як впливає з цієї роботи, суть пропонованого методу LMDEA (Long-Memory Data-Envelopment Analysis) полягає у побудові єдиної оболонки станів усіх спостережуваних країн за весь період спостереження. За цим методом довгострокова лінія СТР буде являти собою зовнішню оболонку короткострокових ліній. Точка минулого лідера, що опиняється над новою короткостроковою лінією СТР (у системі координат «продуктивність – фондоозброєність»), розглядається авторами як штучна країна. На їхню думку, таку штучну країну можна використовувати тільки для аналізу політики аутсайдера минулого періоду, але не як приклад для наслідування у теперішньому.

Геометричну інтерпретацію методу LMDEA (за умови сталого абсолютного стану країни-аутсайдера) зображено на рисунку 6.



**Рисунок 6 – Розв’язання парадоксу технологічного регресу за методом LMDEA**

Темним кольором позначено область технологічного регресу, світлим – область технологічного прогресу. Пунктиром позначено ділянки короткострокових ліній СТР за методом DEA, суцільною ламаною – довгострокову лінію СТР за методом LMDEA. Країна-лідер  $A$  змінює свій стан, підвищуючи продуктивність праці. Абсолютний стан (координати) країни-аутсайдера  $B$  не змінюється. Проте, якщо в періоді  $t$  вона випереджала лідера за фондоозброєністю, то у наступному періоді вже відстає від нього. Внаслідок падіння фондовіддачі лідера різниця за цим показником між лідером та аутсайдером зменшується. Відносно поточної лінії  $GTF_{t+1}$  виникає ефект підвищення ефективності країни  $B$ , відносно довгострокової лінії – ні.

**Метод віртуальної траєкторії.** Метод LMDEA, хоча й розв’язує парадокс технологічного регресу, проте не враховує тип зміни стану лідера. Якщо його рух у часі відбувається по прямій з додатними параметрами, то її можна ототожнювати з лінійною виробничою функцією:

$$y = \alpha_K k + \alpha_L \Rightarrow Y/L = \alpha_K K/L + \alpha_L, \tag{4}$$

де  $\alpha_K, \alpha_L$  – параметри прямої спостережуваного руху, а  $\alpha_K, \alpha_L$  – граничні продукти факторів виробництва в лінійній виробничій функції. Якщо ж один із параметрів є від’ємним або нульовим, то пряма спостережуваного руху лідера вже не може інтерпретуватися як виробнича функція, навіть для певного періоду часу.

З теоретичної точки зору, найбільш цікавим є випадок, коли кутловий коефіцієнт прямої спостережуваного руху є додатним, а вільний член – нульовим:

$$y = \alpha_K k + \alpha_L, \quad \alpha_K > 0, \quad \alpha_L = 0. \tag{5}$$

Тоді при збільшенні фондоозброєності країни-лідера в його траєкторії виникатиме віртуальний стан, а відносний стан країни-аутсайдера погіршуватиметься навіть за незмінної фондовіддачі лідера (а отже, відсутності парадоксу технологічного регресу).

**Модель віртуальних країн з точки зору теорії виробничих функцій.** Зазвичай при використанні елементарної моделі СТР дослідники підкреслюють, що отриману таким чином лінію не можна інтерпретувати як виробничу функцію і робити якісь прогнози на її підставі. Її розглядають лише як інструмент порівняльного аналізу станів різних країн у певний період часу або як інструмент аналізу зміни положення певної країни відносно лідерів.

Однак модель віртуальних країн відкриває можливості для інших напрямів аналізу, а на цій підставі – й прогнозування. Справді, оскільки у пропонованій моделі у кожного лідера є власна «національна ділянка», то стає можливим застосовувати до неї усі відомі показники виробничих функцій – граничну норму технологічного заміщення, коефіцієнти еластичності випуску за факторами виробництва та еластичність їх заміщення.

Зокрема, у пропонованій моделі можна обчислювати такий важливий показник, як відносну інтенсивність використання факторів виробництва  $v$ . Вона дорівнює відношенню коефіцієнтів еластичності випуску за факторами виробництва:

$$v = \frac{\partial \ln Y}{\partial \ln K} : \frac{\partial \ln Y}{\partial \ln L}. \tag{6}$$



якщо зміна капіталу більше впливає на випуск, ніж зміна праці, то такий виробничий процес називають капіталоінтенсивним; якщо ж більше впливає праця – то працеінтенсивним:

$$\frac{\partial \ln Y}{\partial \ln K} > \frac{\partial \ln Y}{\partial \ln L} \Rightarrow v > 1, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \ln Y}{\partial \ln K} < \frac{\partial \ln Y}{\partial \ln L} \Rightarrow v < 1. \quad (8)$$

З другого боку, цей показник можна виразити як відношення фондоозброєності до граничної норми заміщення праці капіталом:

$$v = \frac{K}{L} : \left( -\frac{dK}{dL} \right). \quad (9)$$

Основним інструментом макроекономічного аналізу є функції зі сталою еластичністю заміщення факторів виробництва. Такі функції в системі координат « $\ln(K/L)$  —  $\ln(-dK/dL)$ » являють собою прямі, що задаються рівнянням

$$\ln\left(\frac{K}{L}\right) = \sigma \ln\left(-\frac{dK}{dL}\right) + \omega, \quad (10)$$

де  $\sigma$  – еластичність заміщення факторів виробництва, а  $\omega$  – фондоозброєність відповідно до функції Леонтєва. Для низькоеластичних функцій  $\sigma < 1$ , і тому зі збільшенням фондоозброєності праці відносна інтенсивність використання факторів виробництва  $v$  зменшується. Ізокванти таких функцій мають асимптоти, і для кожного обсягу виробництва існує необхідний мінімум факторів виробництва.

З економічної точки зору, це пояснюється тим, що в багатих країнах з високою фондоозброєністю праці саме вона є відносно дефіцитним ресурсом, у той час як капітал – відносно надлишковим. В результаті чисельність робочої сили починає більше впливати на динаміку ВВП, ніж зміна обсягу основних фондів. Навпаки, в бідних країнах з більш низькою фондоозброєністю праці саме вона є відносно надлишковим ресурсом і менше впливає на ВВП, ніж капітал.

Саме така залежність реалізується у пропонованій моделі СТР з віртуальними країнами. В ній інтенсивність використання факторів виробництва більша за одиницю для абсолютного лідера з меншою фондоозброєністю праці і менша для абсолютного лідера з більшою фондоозброєністю. На цій підставі модифіковану лінію СТР можна вважати дискретним аналогом низькоеластичної виробничої функції.

**Площина станів та площина параметрів.** Доповнимо площину станів країн «фондомісткість – працемісткість» (« $K/Y - L/Y$ ») площиною параметрів їхніх виробничих функцій «граничний продукт капіталу – граничний продукт праці» (« $a_K - a_L$ »).

Розглянемо країну  $H$ , поточний стан якої має координати  $(k_H, l_H)$ . На площині станів ця країна буде зображена точкою  $H(k_H, l_H)$ , а на площині параметрів – прямою  $H(a_K, a_L)$ , в рівнянні якої параметри будуть змінними, а координати поточного стану – коефіцієнтами при цих змінних:

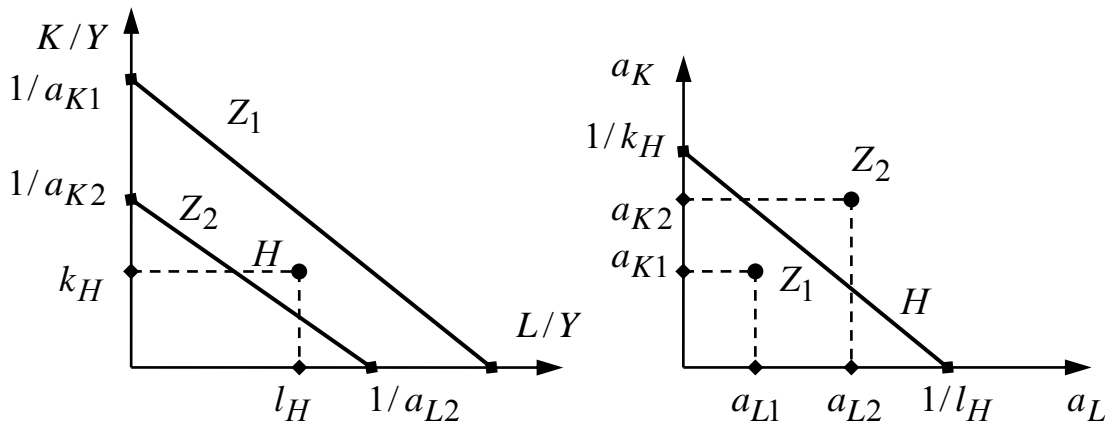
$$k_H a_K + l_H a_L = 1. \quad (11)$$

Навпаки, її виробнича функція  $Z(k, l)$  на площині станів буде прямою, що описується рівнянням

$$a_{KZ} k + a_{LZ} l = 1, \quad (12)$$

а на площині параметрів – точкою  $Z(a_{KZ}, a_{LZ})$ .

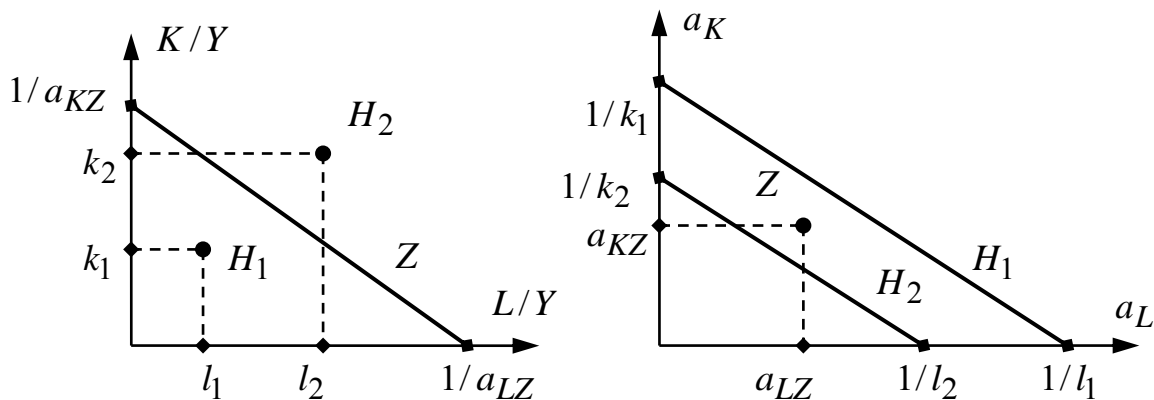
На площині параметрів рівняння прямої  $H$  відобразить усі найкращі комбінації параметрів лінійних виробничих функцій, що відповідають поточному стану певної країни. Точки, що розташовані під цією прямою, будуть доступними, але не найкращими комбінаціями. Точки, що розташовані над нею, будуть кращими комбінаціями параметрів, але недоступними при поточному стані певної країни. Геометричну інтерпретацію ефективності різних виробничих функцій при певному поточному стані зображено на рисунку 7.



**Рисунок 7 – Ефективність різних виробничих функцій при певному поточному стані країни**

Виробнича функція  $Z_1$  доступна для країни  $H$  – вона може погіршити свої показники і виробляти при більшій фондо- та працемісткості. Виробнича функція  $Z_2$  краща, але не відповідає поточному стану певної країни.

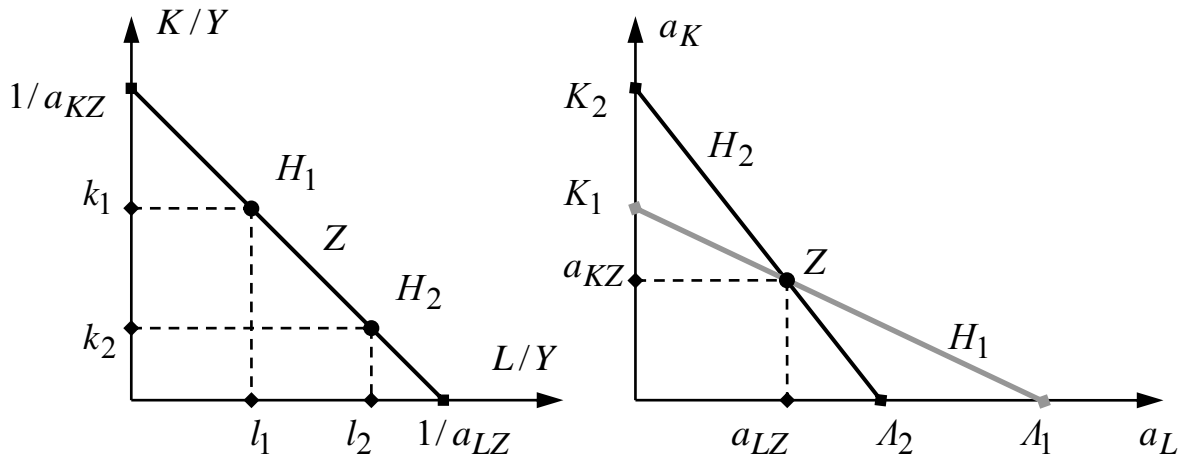
З другого боку, ця виробнича функція  $Z$  ділить площину станів на дві частини: стани, що розташовані над її прямою, будуть досяжними, але гіршими, а стани під нею – кращими, але недосяжними. Геометричну інтерпретацію ефективності різних станів країни при певній виробничій функції зображено на рисунку 8.



**Рисунок 8 – Ефективність різних станів країни при певній виробничій функції**

Стан  $H_2$  доступний країні з виробничою функцією  $Z$  – вона може виробляти, перевитрачаючи ресурси порівняно з виробничою функцією. Стан  $H_1$  кращий, оскільки характеризується нижчою фондо- та працемісткістю, але недосяжний при певній виробничій функції.

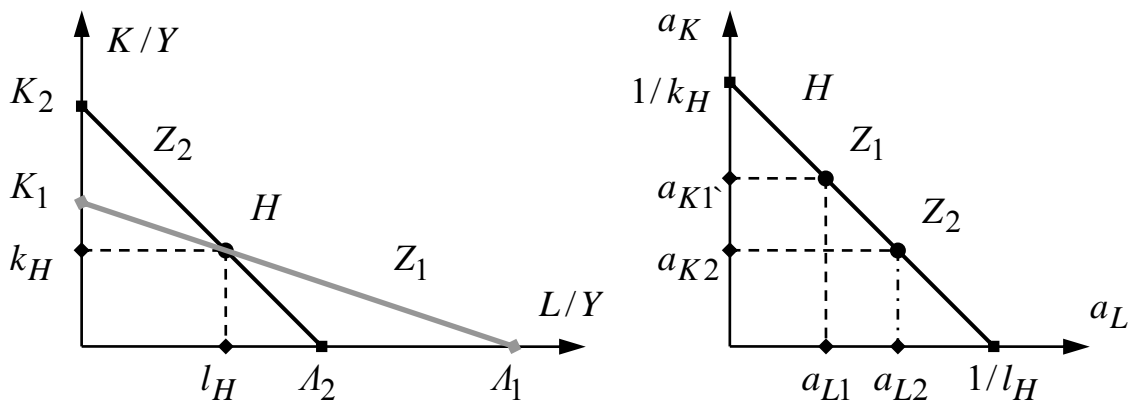
Якщо на площині станів задані поточні положення двох країн  $H_1$  та  $H_2$ , то точкою перетину їхніх прямих на площині параметрів буде виробнича функція, яка можлива для обох країн разом. Водночас на відрізках прямих  $H_1$  та  $H_2$ , що ближчі до нуля, будуть лежати точки виробничих функцій, доступних для обох країн. На відрізках цих прямих, що розташовані далі від нуля, будуть лежати точки виробничих функцій, доступних лише для однієї країни. Геометричну інтерпретацію цієї ситуації зображено на рисунку 9.



**Рисунок 9 – Виробнича функція, допустима для двох країн разом**

У правій частині рисунку на відрізку  $K_1Z$  розташовано виробничі функції, найкращі для країни  $H_1$  і доступні для країни  $H_2$ . На відрізку  $A_2Z$  розташовано функції, найкращі для країни  $H_2$  і доступні для країни  $H_1$ . На відрізку  $K_2Z$  розташовано функції, найкращі для країни  $H_2$ , але недоступні для країни  $H_1$ . На відрізку  $A_1Z$  розташовано виробничі функції, найкращі для країни  $H_1$ , але недоступні для країни  $H_2$ . Точка  $Z$  – єдина виробнича функція, що є водночас найкращою та доступною для обох країн.

Якщо навпаки, на площині параметрів задано дві можливі виробничі функції  $Z_1$  та  $Z_2$  однієї країни, то на площині станів їхні прямі перетнуться в точці єдиного стану, який можливий для обох цих функцій. Водночас на відрізках прямих  $Z_1$  та  $Z_2$ , що далі від нуля, будуть лежати стани, досяжні при обох виробничих функціях. На відрізках цих прямих, що розташовані ближче до нуля, будуть лежати стани, досяжні лише при одній із двох виробничих функцій. Геометричну інтерпретацію цієї ситуації зображено на рисунку 10.

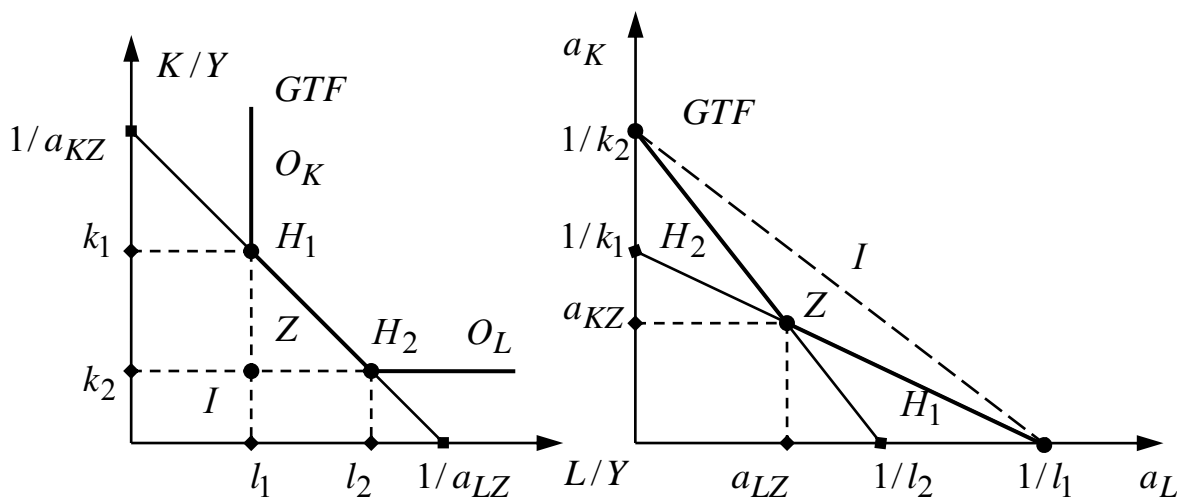


**Рисунок 10 – Стан країни, досяжний при двох виробничих функціях водночас**

У лівій частині рисунку на відрізку  $A_1H$  розташовано стани, найкращі при виробничій функції  $Z_1$  і досяжні при функції  $Z_2$ . На відрізку  $K_2H$  розташовано стани, найкращі при функції  $Z_2$  і досяжні при функції  $Z_1$ . На відрізку  $A_2H$  розташовано стани, найкращі при функції  $Z_2$ , але недосяжні при функції  $Z_1$ . На відрізку  $K_1H$  розташовано стани, найкращі при функції  $Z_1$ , але недосяжні при функції  $Z_2$ . Точка  $H$  – єдиний можливий стан, що є найкращим при обох функціях.

**СТР за методом оболонки фактичних станів (класична модель DEA).** Припустимо тепер, що світова економіка складається з двох країн  $H_1$  та  $H_2$ , які є абсолютними лідерами. Тоді СТР, побудований за класичним методом DEA на площині станів, буде проходити через точки  $H_1(k_1, l_1)$ ,  $H_2(k_2, l_2)$  і складатиметься з трьох ділянок – нахиленого відрізка прямої  $Z$  між цими точками, вертикальної напівпрямої від першої точки та горизонтальної напівпрямої від другої точки. Точки, що будуть розташовані ліворуч та нижче лінії СТР, будуть кращими («більш ефективними»), але недосяжними станами для реальних країн. Зокрема, такою буде точка «ідеального стану»  $I(k_2, l_1)$ , що матиме найнижчі з наявних рівнів фондо- та працемісткості. Ця сама лінія СТР на площині параметрів проходитиме через точку  $Z(a_{KZ}, a_{LZ})$  і складатиметься з: верхнього відрізка прямої  $H_2$ , правого відрізка прямої  $H_1$  та їхніх крайніх точок, що лежать на осях координат. Точці  $I$  з площини станів відповідатиме відрізок  $I$ , кінцями якого є крайні точки напівпрямих. Усі комбінації параметрів, що розташовані вище та праворуч лінії СТР, будуть кращими, але недосяжними для реальних країн.

Геометричну інтерпретацію цього методу зображено на рисунку 11.



**Рисунок 11 – СТР за методом оболонки фактичних станів**

Відрізок  $H_1H_2$  у лівій частині відображається як точка  $Z$  у правій, вертикальна напівпряма  $H_1O_K$  – як точка з координатами  $(0; 1/l_1)$ ; горизонтальна напівпряма  $H_2O_L$  – як точка з координатами  $(1/k_2; 0)$ , точка «ідеального стану»  $I$  з координатами  $(k_2; l_1)$  – як відрізок, крайні точки якого мають координати  $(1/k_2; 0)$  та  $(0; 1/l_1)$ .

**СТР за методом оболонки фактичних виробничих функцій.** Припустимо тепер, що для усіх країн визначено їхні фактичні виробничі функції. В цьому випадку з'являється можливість визначити СТР як таку лінію на площині станів, що складається з кращих відрізків виробничих функцій, незалежно від того, чи перебувають на цих відрізках реальні країни, чи ні. Цей метод можна назвати методом оболонки виробничих функцій.

З геометричної точки зору, відмінність між класичним методом DEA та цим альтернативним методом полягає в наступному.

За класичним методом DEA межа ефективності будується як лінія, що «обгортає» найкращі стани. В результаті отримується опукла оболонка, що «заповнена» фактичними станами. Фізичною аналогією цього методу виступає «зашморг», що затягнутий навколо множини точок. При побудові СТР за цим методом кінці уявної «мотузки» витягуються вздовж осей координат.

За альтернативним методом, межа ефективності будується як границя площі, вільної від кращих виробничих функцій. В результаті отримується пуста оболонка, яка є опуклою вгору лінією. Фізичною аналогією цього методу виступає рідина, що розтікається від початку координат до «гребель», утворених графіками множини функцій.

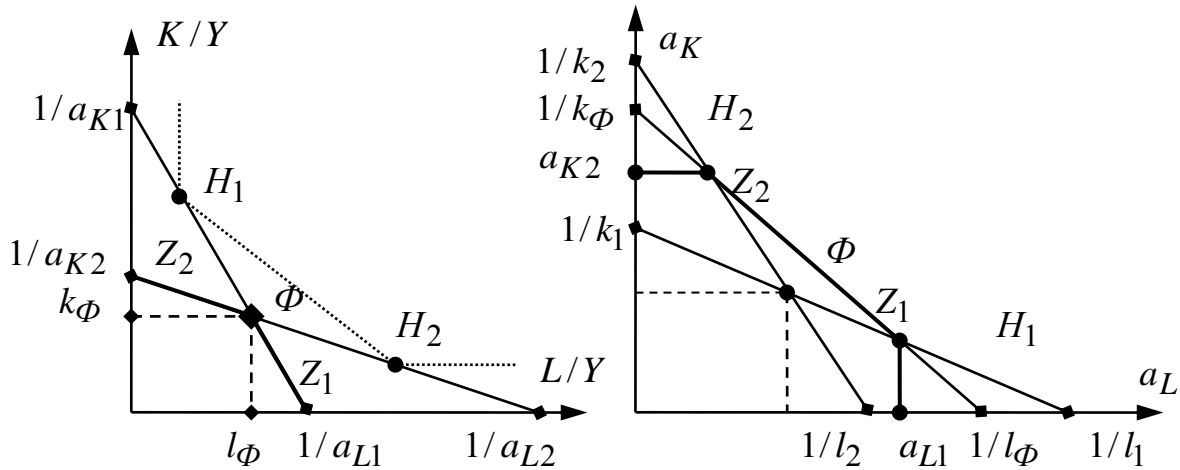
Розглянемо метод оболонки виробничих функцій на прикладі тієї ж світової економіки з двома країнами. Тепер, на відміну від попередньої ситуації, відомий не тільки стан, але й виробничі функції обох лідерів.

Припустимо тепер, що у тій же світовій економіці задані не тільки стани країн  $H_1$  та  $H_2$ , але й їхні виробничі функції – відповідно  $Z_1$  та  $Z_2$ . В цьому випадку стає можливим перейти від

оптимізації станів країн до оптимізації їхніх виробничих функцій. На площині станів така лінія СТР складатиметься з кращих відрізків їхніх виробничих функцій.

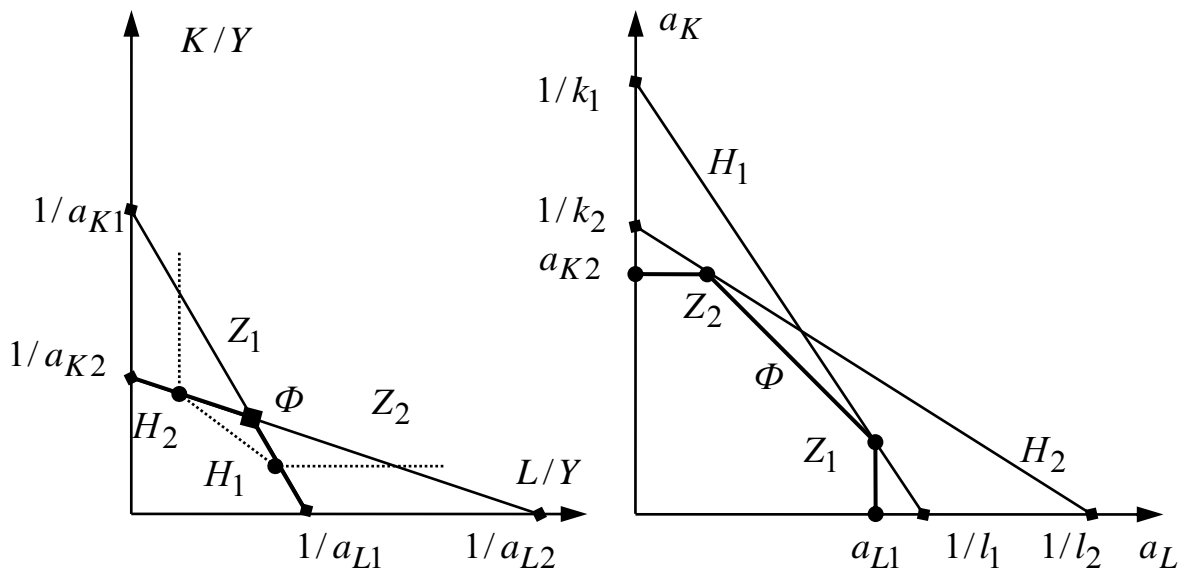
Якщо кожен із двох лідерів буде розташований на тому відрізку власної функції, що доступний іншому, то вони обидва будуть неефективними відносно альтернативного СТР. Внаслідок цього альтернативний СТР буде лежати нижче класичного і не перетинатиме його. Якщо ж кожен із лідерів буде розташований на тому відрізку власної функції, що недоступний іншому, то вони обидва будуть ефективними відносно альтернативного СТР. Внаслідок цього альтернативний СТР перетинатиме класичний.

Геометричну інтерпретацію обох випадків зображено на рисунках 12 та 13.



**Рисунок 12 – СТР за методом оболонки фактичних виробничих функцій. Випадок неефективності лідерів**

Жирною неперервною лінією показаний СТР за методом оболонки фактичних виробничих функцій. Перервною лінією з квадратних точок показаний СТР за методом оболонки фактичних станів. Точка  $\Phi$  у лівій частині рисунка є віртуальною крайною, яка у правій частині відображається як відрізок  $Z_1Z_2$ . Економічний зміст точки з координатами  $(1/a_{K2}; 0)$  у лівій частині рисунка полягає в тому, що реальні країни не можуть досягнути нульової працемісткості при фондомісткості, нижчій, ніж  $1/a_{K2}$ . У правій частині рисунка вона відображається як горизонтальний відрізок. Аналогічним чином, точка з координатами  $(0; 1/a_{L1})$  у лівій частині відображається як вертикальний відрізок у правій.



**Рисунок 13 – СТР за методом оболонки фактичних виробничих функцій. Випадок ефективності лідерів**

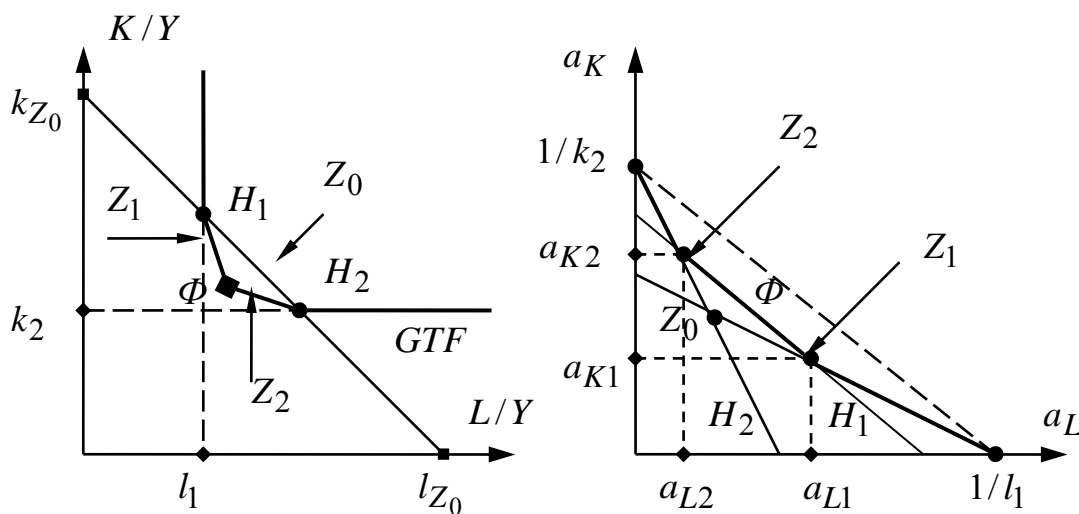
Жирною неперервною лінією показаний СТР за методом оболонки фактичних виробничих функцій. Перервною лінією з квадратних точок показаний СТР за методом оболонки фактичних станів.

**СТР за методом оболонки фактичних та віртуальних станів.** Як бачимо, при побудові СТР за методом оболонки фактичних виробничих функцій з'являються віртуальні стани. Вони виникають у точках перетину виробничих функцій. Отримана межа ефективності обов'язково містить такі стани, а фактичні стани може й не включати.

На відміну від цього, у пропонованій моделі межа ефективності включає як віртуальні, так і фактичні стани. Водночас саме віртуальні стани є кутовими точками, а фактичні – лише у випадку, коли в них один із показників (фондо- або працемісткість) досягає абсолютного мінімуму. В інших випадках фактичні стани є проміжними точками на відрізках модифікованого СТР.

Таким чином, СТР в моделі віртуальних країн є не альтернативою, а модифікацією класичного СТР. У пропонованій моделі замість спільної виробничої функції для двох «сусідніх» лідерів, вводяться виробничі функції для кожного з них окремо. Проте, на відміну від альтернативного СТР, ці виробничі функції не задаються окремо, а будуються на основі взаємного розташування реальних країн на площині станів. Завдяки цьому лінія СТР наближається до точки з найкращими показниками обох країн.

Геометричну інтерпретацію методу оптимізації в моделі віртуальних країн зображено на рисунку 14.



**Рисунок 14 – СТР за методом оболонки віртуальних та фактичних станів**

Перетин пунктирних ліній у лівій частині визначає точку, що є ідеальною (але недосяжною) комбінацією фондо- та працемісткості обох країн. У правій частині цій точці відповідає пунктирна пряма, на якій розташовані усі ідеальні комбінації параметрів виробничих функцій обох країн. Як і точка у лівій частині, ця лінія недосяжна при певному технологічному розвитку цих країн.

Завершуючи це дослідження відзначимо наступне. Усі три методи побудови СТР розглядалися на основі лінійних виробничих функцій, відрізки яких ставали ділянками відповідної лінії СТР. Це суттєво спрощує геометричний аналіз. Зокрема, елементарно і наочно визначаються фондоозброєність праці, граничні продукти факторів виробництва та гранична норма технологічного заміщення.

Способом наближення цих методів до реальних умов є заміна лінійних виробничих функцій функціями Коба-Дугласа

$$Y = aK^\beta L^{1-\beta} \tag{13}$$

із зображенням їх у логарифмічних системах координат. Тоді на площині станів функція  $Z$  задавалася би рівнянням

$$\beta_Z \ln k + (1 - \beta_Z) \ln l = -\ln a_Z, \tag{14}$$

а на площині параметрів стан  $H$  задавався би рівнянням

$$(\ln k_H - \ln l_H) \beta + \ln a = -\ln l_H. \tag{15}$$

Внаслідок лінійності обох рівнянь зберігалася би взаємно однозначна відповідність між точками і прямими на обох площинах. Це дало б змогу аналізувати зміну сукупної факторної продуктивності вздовж СТР. Суттєво спростився би аналіз технологічного прогресу, оскільки його

температурно виражався зміною параметра  $\ln a$ . Інтенсивність використання ресурсів кожної країни визначалася би просто як відношення  $v = \beta / (1 - \beta)$ .

Більш обґрунтованим став би аналіз фактичних факторних доходів на основі отриманих параметрів національних виробничих функцій. Однак докладний аналіз усіх нюансів такого перетворення моделі фіктивних країн виходить за межі пропонованого дослідження.

У випадку методу оболонки фактичних виробничих функцій їхні параметри можна було б отримати на основі неокласичної теорії. Згідно з нею в умовах досконалої конкуренції фірми максимізують свій прибуток у точці рівності граничного продукту та реальної ціни фактора виробництва:

$$\begin{cases} \partial Y / \partial K = R / P \\ \partial Y / \partial L = W / P \end{cases} \Rightarrow \quad (16)$$

$$\begin{cases} \beta Y / K = R / P \\ (1 - \beta) Y / L = W / P \end{cases} \quad (17)$$

де  $R$ ,  $W$  – ринкові ставки орендної та заробітної плати,  $P$  – рівень цін.

Оскільки обрана виробнича функція є лінійно однорідною (що відповідає гіпотезі сталого ефекту масштабу), то для неї справедливе відоме рівняння Ейлера

$$Y = \frac{\partial Y}{\partial K} K + \frac{\partial Y}{\partial L} L. \quad (18)$$

Звідси випливає відомий висновок, що вартість валового продукту складається з суми факторних доходів

$$PY = RK + WL. \quad (19)$$

Таким чином, в неокласичній теорії коефіцієнти еластичності функції Коба-Дугласа дорівнюватимуть часткам факторних доходів у вартості валового продукту:

$$\beta = \frac{RK}{PY}, \quad (20)$$

$$1 - \beta = \frac{WL}{PY}. \quad (21)$$

Це дає змогу визначити їх за даними спостережень. Величина сукупної факторної продуктивності  $a$  визначатиметься з рівняння

$$\ln a = \ln \left( \frac{Y}{L} \right) - \beta \ln \left( \frac{K}{L} \right). \quad (22)$$

Подібний підхід застосовують Ф. Казелі та У. Д. Коулман II [3]. Автори розглядають виробничу функцію Коба-Дугласа, в якій фактор праці, в свою чергу, є CES-функцією кваліфікованої та некваліфікованої праці. Для визначення параметрів цієї функції використовується, зокрема, неокласичний принцип рівності граничного продукту фактора та його реальної ціни.

Втім, немає перешкод і для зворотного переходу – від параметрів національних виробничих функцій, отриманих на основі моделі віртуальних країн, до аналізу фактичних факторних доходів реальних країн. Водночас параметри виробничої функції лідера з пропонованої моделі можуть використовуватися як база для порівняльного аналізу фактичних факторних доходів його «сусідів» по СТР, країн-аутсайдерів та й самої цієї країни. Такий напрям аналізу видається дуже перспективним, але, на жаль, він далеко виходить за межі пропонованого дослідження.

**Висновки.** Таким чином, у ході проведеного дослідження було запропоновано дві нові моделі СТР – модель технологічних ешелонів та модель віртуальних країн. Ці дві моделі:

- створюють основу для об'єктивної кластеризації країн-аутсайдерів у послідовні «технологічні ешелони», що утворюють СТР наступного порядку;
- дають можливість об'єктивно визначити, політики якого саме лідера мають дотримуватися країни-аутсайдери;
- розв'язують парадокс неефективності лідерів з однаковою фондовіддачею або продуктивністю праці; та парадокс технологічного регресу, що виникає внаслідок перетину старої та нової ліній СТР.

## Список використаних джерел

1. Cantner U., Hanusch H. Heterogeneity and evolutionary change – empirical conception, findings and unresolved issues. *EconPapers, Discussion Paper Series*. 1999. No°190. URL: <https://econpapers.repec.org/paper/augaugsbe/0190.htm>
2. Keller W. The geography and channels of diffusion at the world's technology frontier. *ECONSTOR, HWWA Discussion Paper*. 2001. No 123. URL: <https://www.econstor.eu/handle/10419/19428>
3. Forstner H., Isaksson A. Productivity, technology, and efficiency: an analysis of the world technology frontier when memory is infinite. *UNIDO, SIN Working Paper Series*. 2002. No°7. URL: <https://www.unido.org/productivity-technology-and-efficiency-analysis-world-technology-frontier-when-memory-infinite>
4. Grosskopf S. Some remarks on productivity and its decompositions. *Journal of Productivity Analysis*. 2003. Vol. 20. No. 3. P. 459–474.
5. Caselli F., Coleman II W. J. The world technology frontier. *The American Economic Review*. 2006. Vol. 96. No. 3. P. 499–522.
6. Vandenbussche J., Aghion P., Meghir C. Growth, distance to frontier and composition of human capital. *Journal of Economic Growth*. 2006. Vol. 11. Iss. 2. P. 97–127.
7. Acharya R. C., Keller W. Estimating the productivity selection and technology spillover effects of imports. *NBER, Working Paper*. 2008. No. 14079. URL: <https://www.nber.org/papers/w14079>
8. Growiec J. Productivity differences across OECD countries, 1970–2000: the world technology frontier revisited. *MPRA*. 2008. No. 11605. URL: <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/11605/>
9. Islam M. R. Human capital composition, proximity to technology frontier and productivity growth. *Monash Economics Working Papers, Research Discussion Paper (RDP)*. 2010. No. 23-10. URL: [https://www.monash.edu/\\_\\_data/assets/pdf\\_file/0008/925433/human\\_capital\\_composition,\\_proximity\\_to\\_technology\\_frontier\\_and\\_productivity\\_growth.pdf](https://www.monash.edu/__data/assets/pdf_file/0008/925433/human_capital_composition,_proximity_to_technology_frontier_and_productivity_growth.pdf)
10. Growiec J. The world technology frontier: what can we learn from the US States? *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*. 2012. Vol. 74. Iss. 6. P. 777–807.
11. Førsund F. R. Productivity interpretations of the Farrell efficiency measures and the Malmquist index and its decomposition. *ECONSTOR, Memorandum*. 2015. No.°14. URL: <https://www.econstor.eu/handle/10419/147432>
12. Gelebo E., Plekhanov A., Silve F. Determinants of frontier innovation and technology adoption: cross-country evidence. *EBRD, Working Paper*. 2015. No.°173. URL: [https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=3121117](https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3121117)
13. Lafuente E., Acs Z. J., Sanders M., Szerb L. The global technology frontier: productivity growth and the relevance of Kirznerian and Schumpeterian entrepreneurship. *Small Business Economics*. 2020. Vol. 55. P. 153–178.

## References

1. Cantner, U. and Hanusch, H. (1999), "Heterogeneity and evolutionary change – empirical conception, findings and unresolved issues", *EconPapers, Discussion Paper Series*, no.°190, available at: <https://econpapers.repec.org/paper/augaugsbe/0190.htm>
2. Keller, W. (2001), "The geography and channels of diffusion at the world's technology frontier", *ECONSTOR, HWWA Discussion Paper*, no. 123, available at: <https://www.econstor.eu/handle/10419/19428>
3. Forstner, H. and Isaksson, A. (2002), "Productivity, technology, and efficiency: an analysis of the world technology frontier when memory is infinite", *UNIDO, SIN Working Paper Series*, no.°7, available at: <https://www.unido.org/productivity-technology-and-efficiency-analysis-world-technology-frontier-when-memory-infinite>
4. Grosskopf, S. (2003), "Some remarks on productivity and its decompositions", *Journal of Productivity Analysis*, vol. 20, no. 3, pp. 459-474.
5. Caselli, F. and Coleman II, W.J. (2006), "The world technology frontier", *The American Economic Review*, vol. 96, no. 3, pp. 499-522.
6. Vandenbussche, J., Aghion, P. and Meghir, C. (2006), "Growth, distance to frontier and composition of human capital", *Journal of Economic Growth*, vol. 11, iss. 2, pp. 97-127.
7. Acharya, R.C. and Keller, W. (2008), "Estimating the productivity selection and technology spillover effects of imports", *NBER, Working Paper 14079*, available at: <https://www.nber.org/papers/w14079>
8. Growiec, J. (2008), "Productivity differences across OECD countries, 1970–2000: the world technology frontier revisited", *MPRA*, no. 11605, available at: <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/11605/>
9. Islam, M.R. (2010), "Human capital composition, proximity to technology frontier and productivity growth", *Monash Economics Working Papers, Research Discussion Paper (RDP)*, no. 23-10, available at: [https://www.monash.edu/\\_\\_data/assets/pdf\\_file/0008/925433/human\\_capital\\_composition,\\_proximity\\_to\\_technology\\_frontier\\_and\\_productivity\\_growth.pdf](https://www.monash.edu/__data/assets/pdf_file/0008/925433/human_capital_composition,_proximity_to_technology_frontier_and_productivity_growth.pdf)
10. Growiec, J. (2012), "The world technology frontier: what can we learn from the US States?", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol. 74, iss. 6, pp. 777-807.
11. Førsund, F.R. (2015), "Productivity interpretations of the Farrell efficiency measures and the Malmquist index and its decomposition", *ECONSTOR, Memorandum*, no.°14, available at: <https://www.econstor.eu/handle/10419/147432>



12. Gelebo, E., Plekhanov, A. and Silve, F. (2015), "Determinants of frontier innovation and technology adoption: cross-country evidence", *EBRD*, Working Paper no.º173, available at: [https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=3121117](https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3121117)
13. Lafuente, E., Acs, Z.J., Sander, M. and Szerb, L. (2020), "The global technology frontier: productivity growth and the relevance of Kirznerian and Schumpeterian entrepreneurship", *Small Business Economics*, vol. 55, pp.153-178.

**I. O. Zagoruiko, L. O. Petkova**

**CONCEPT OF THE WORLD TECHNOLOGICAL FRONTIER:  
METHODOLOGY, PROBLEMS AND INTERPRETATIONS**

*The article is devoted to the implementation of nonparameterized method of data envelopment analysis (DEA) to the world's economy as an array of countries with different levels of technological activity. The main purposes of this research are as follows: systematical presentation of methodological foundations of international technology frontier concept, presentation of the main controversial problems of this concept, presentation of the possible future development tendencies. Both the research itself and presented research materials are based on geometrical approach – plane geometry with the elements of projective geometry. This has allowed us to obtain important theoretical results.*

*Firstly, the possibility of "subsequent" usage of DEA method to any data that remain after the exclusion of points with the highest relative efficiency has been illustrated. In relation to the subject at hand this has made it possible to offer the concept of world's technological frontier with different subtypes. Countries within specific frontier form sequential groups from the most efficient to the least efficient ones.*

*Secondly, the foundations of a new international technological frontier model (ITF model) of virtual countries have been presented. This model functions are the following: after determining the countries with the highest efficiency level, the frontier line modifies itself in a way that allows all country-leaders to move from an angular position to an intermediate position on the modified ITF section. These new sections named "national leaders' sections" are interpreted as specific production functions that reflect conditions of ITF "neighboring" countries. Virtual countries instead of the real ones become angular points in the model. Based on the model of virtual countries, the known paradoxes, such as the paradox of equal efficiency of lateral frontier sections (which is immanent to any model based on the classical DEA method) and the paradox of technological regression arising from the intersection of ITF lines of different periods, are solved.*

*Thirdly, based on the simultaneous analysis of countries' states on two sections – the "capital and labor intensity" section and the section of manufacturing function parameters – the method of ITF composition as an envelopment of national manufacturing functions has been created. Comparative analysis of ITF models created with the help of this method and the ITF models based on traditional method of national technological state envelopments has been made.*

**Key words:** world technological frontier, labor productivity, capital-labor ratio, national productivity, method of data envelopment analysis, data envelopment analysis method flaws, paradox of technological regression.

*Стаття надійшла до редакції 14.05.2021*

DOI 10.24025/2306-4420.61.2021.234527

**Загоруйко І. О.**, к.е.н., доцент, доцент кафедри соціального забезпечення, Черкаський державний технологічний університет

e-mail: zagoruikovmacro@gmail.com

ORCID 0000-0003-2819-0793

**Zagoruiko I. O.**, Candidate of Economic Sciences (Ph. D.), Docent, Associate Professor at the Department of Social Security, Cherkasy State Technological University

**Петкова Л. О.**, д.е.н., професор, завідувач кафедри міжнародної економіки та бізнесу, Черкаський державний технологічний університет

e-mail: l\_petkova@ukr.net

ORCID 0000-0003-4519-3726

**Petkova L. O.**, Doctor of Economic Sciences, Full Professor, Head of the Department of International Economics and Business, Cherkasy State Technological University